



PERÚ

Ministerio
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

XV OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2018)

Cuarta Fase - Nivel 1

11 de noviembre de 2018

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en la etapa final de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- La prueba tiene una duración máxima de 4 horas.
 - En la primera media hora puedes hacer preguntas, por escrito, en caso tengas alguna duda acerca de los enunciados de los problemas; luego de ese tiempo no se recibirá más preguntas.
 - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
 - Resuelve los problemas propuestos **justificando adecuadamente cada paso**.
 - Entrega solamente el cuadernillo de soluciones.
 - Cada problema tiene un valor máximo de **25 puntos**.
-

1. Un dragón tiene varias cabezas. Un caballero puede cortar 15, 17 o 20 cabezas de un dragón con cada espada, pero cada vez que lo hace le crecen más cabezas. Si corta 15 crecen 24, si corta 17 crecen 5 y si corta 20 crecen 14. El dragón muere si en algún momento se queda sin cabezas.

a) ¿Puede el caballero matar a un dragón de 99 cabezas?

b) ¿Puede el caballero matar a un dragón de 100 cabezas?

Aclaración: Si el dragón se queda con menos de 15 cabezas ya no se le puede cortar más.

2. a) Demuestre que un triángulo de papel cuyos ángulos interiores miden 100° , 60° y 20° se puede dividir en dos triángulos isósceles mediante un corte recto.

b) Demuestre que un triángulo de papel cuyos ángulos interiores miden 100° , 50° y 30° se puede dividir en tres triángulos isósceles mediante cortes rectos.



PERÚ

Ministerio
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

Cuarta Fase - Nivel 1

3. Un entero positivo es llamado *favorable* si tiene tres divisores positivos distintos cuyo producto es un número de la forma k^4 , donde k es un entero positivo. Por ejemplo, 144 es favorable porque tiene tres divisores positivos distintos: 144, 9 y 1, cuyo producto es 6^4 .

Sea \mathcal{C} el conjunto de todos los divisores positivos del número 2310^9 . Determine cuántos elementos de \mathcal{C} son favorables.

4. José ubicó n dominós en un tablero de 12×12 de tal forma que cada dominó cubre exactamente dos casillas que comparten un lado (los dominós no se superponen). Él se dio cuenta que en la parte del tablero que quedó sin cubrir, es imposible ubicar una ficha de 2×2 . Determine el menor valor de n para el cual la situación descrita es posible.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN