



PERÚ

Ministerio
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

XV OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2018)

Tercera Fase - Nivel 3

4 de octubre de 2018

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- Tienes un tiempo máximo de 2 horas (120 minutos) para resolver estos retos matemáticos que te planteamos. Te recomendamos que revises bien tus respuestas.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Recuerda que las respuestas correctas se calificarán con diez (10) puntos; y las no respondidas o mal respondidas se calificarán con cero (0) puntos.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de estas hojas y asegúrate de que hayas guardado tus respuestas en el sistema. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de entrega, registrada en el sistema.

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. En una fábrica se producen bolas de hierro de dos tamaños: pequeñas, de 4 cm de diámetro, y grandes, de 8 cm de diámetro. ¿Cuántas bolas pequeñas pesan lo mismo que 6 bolas grandes?
2. Un alumno escribió en su cuaderno un número de dos dígitos; luego, lo multiplicó por 2 y obtuvo así otro número de dos dígitos. Después invirtió el orden de los dígitos del resultado y, finalmente, restó 60. Si el número final es igual al inicial, determine la suma de los dígitos del número inicial.
3. La ecuación cuadrática $ax^2 + bx + 5 = 0$ tiene raíces reales r_1 y r_2 . La ecuación cuadrática $bx^2 + ax + 5 = 0$ tiene raíces reales t_1 y t_2 . Si se sabe que $a \neq b$ y $|r_1 - r_2| = |t_1 - t_2|$, calcule el valor de

$$(a + b) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right).$$



PERÚ

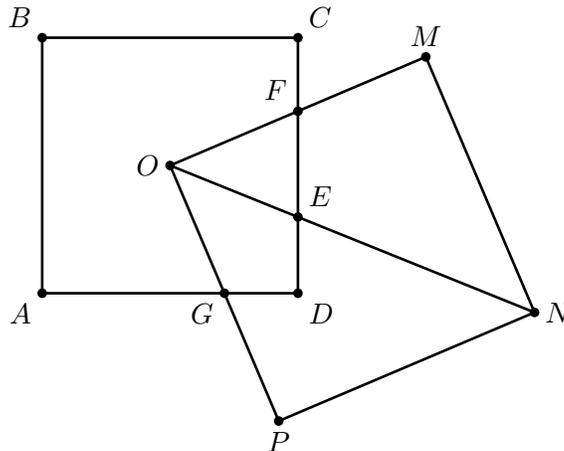
Ministerio
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

Tercera Fase - Nivel 3

- Un poliedro tiene exactamente ocho caras, de las cuales cuatro son hexágonos regulares y cuatro son triángulos equiláteros. ¿Cuántos vértices tiene dicho poliedro?
- En una caja hay canicas rojas y azules. Si se escoge al azar dos canicas de la caja, la probabilidad de que sean del mismo color es $\frac{1}{2}$. Determine cuántas canicas hay en la caja si se sabe que este número es mayor que 50, pero menor que 80.
- Ana escoge secretamente 5 números del conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ y le dice su producto a Beto (Ana no le dice los números, solo le dice el producto). Conociendo el producto, Beto no puede saber si la suma de los cinco números que escogió Ana es par o impar. ¿Cuál fue el número que le dijo Ana a Beto?
- En la figura mostrada, $ABCD$ y $OMNP$ son cuadrados, donde O es el centro del cuadrado $ABCD$. Si $AG = 36$ y $DE = 16$, calcule FC .



- En un torneo de vóley participaron k equipos y cada equipo se enfrentó a cada uno de los otros exactamente una vez. Al final del torneo se notó que exactamente el 80% de los equipos ganó al menos 2 partidos. Calcule la suma de todos los posibles valores de k .
Aclaración: Considere que en el vóley un partido no puede quedar en empate.



Tercera Fase - Nivel 3

9. Un triángulo ABC tiene ángulos cuyas medidas cumplen la condición $\angle A \leq \angle B \leq \angle C$. Si el mayor valor posible de $\cos A + \cos C$ es λ , calcule el valor de $(24\lambda)^2$.
10. Una permutación $a_1, a_2, \dots, a_{1000}$ de $1, 2, \dots, 1000$ es llamada *buen*a si cumple la siguiente condición: Si n y m son enteros positivos tales que n es múltiplo de m , con $1 \leq n \leq 1000$ y $1 \leq m \leq 1000$, entonces a_n es múltiplo de a_m . Determine el menor entero positivo k para el cual existe una permutación buena $b_1, b_2, \dots, b_{1000}$ tal que $b_k \neq k$.

Aclaración: Una permutación es una forma de ordenar los elementos de un conjunto. Por ejemplo, $4, 2, 1, 3, 5$ es una permutación de $1, 2, 3, 4, 5$.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN