



PERÚ

Ministerio
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

XV OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2018)

Segunda Fase - Nivel 3

28 de agosto de 2018

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de la hoja de respuestas y verifica que se ponga la hora en la que estás entregando. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- **Queda bajo responsabilidad de los especialistas, docentes y estudiantes la no difusión de la prueba por ningún medio.**
- **No puedes llevar estas hojas que contienen los enunciados.**
- Teniendo en cuenta estas indicaciones nos ayudarás a que la olimpiada se realice de la mejor forma posible.

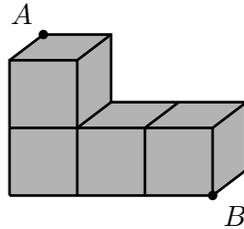
ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. Para el campeonato deportivo que organiza una institución educativa, quince costureras elaboraron 300 polos en 4 horas de trabajo. ¿Cuántos polos pueden elaborar diez costureras en 5 horas de trabajo?
2. Una empresa vende frutas y verduras. Según los datos del mes pasado, del número total de kilogramos vendidos, el $n\%$ corresponden a las frutas. Además, del número total de kilogramos de fruta vendidos, el $n\%$ corresponden a manzanas. Determine el valor de n , si se sabe que del número total de kilogramos vendidos, el 16% corresponden a manzanas.



Segunda Fase - Nivel 3

3. La siguiente figura se hizo con 4 cubos de 1 cm de lado. Si la medida del segmento cuyos extremos son los vértices A y B es \sqrt{n} cm, calcule el valor de n .



4. Los números enteros positivos a , b y c satisfacen las siguientes desigualdades:

$$a < 2b, \quad b < 2c \quad \text{y} \quad c < 18.$$

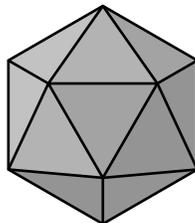
Determine el mayor valor posible de a .

5. Un grupo de $m + n$ personas está repartido en dos salones. En el primer salón hay m personas cuyo promedio de edades es 24. En el segundo salón hay n personas cuyo promedio de edades es 36. Una persona se trasladó del segundo salón al primero y al hacer esto sucedió que cada uno de los dos salones aumentó su promedio de edades en 1. Determine el valor de $m + n$.

6. La media de siete datos es 7 y se sabe que los cinco primeros datos son 1, 3, 5, 11 y 5. ¿Cuál es el menor valor posible de la varianza de los siete datos?

Aclaración: Recuerde que la *varianza* de los datos x_1, x_2, \dots, x_n se define como la media de los números $(x_1 - m)^2, (x_2 - m)^2, \dots, (x_n - m)^2$, donde m es la media de los datos. Por ejemplo, la varianza de los tres datos 1, 3, 8 es $\frac{(1-4)^2 + (3-4)^2 + (8-4)^2}{3} = \frac{26}{3}$.

7. Se escogen al azar dos caras distintas de un icosaedro regular (que tiene 20 caras que son triángulos equiláteros). Sea p la probabilidad de que dichas caras sean disjuntas, es decir, que no compartan un vértice o una arista. Calcule el valor de $\frac{60}{p}$.



Aclaración: Considere que todas las caras tienen la misma probabilidad de ser escogidas.



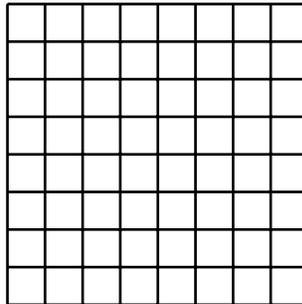
Segunda Fase - Nivel 3

8. Sean x y y números reales positivos tales que $x \neq y$ y además:

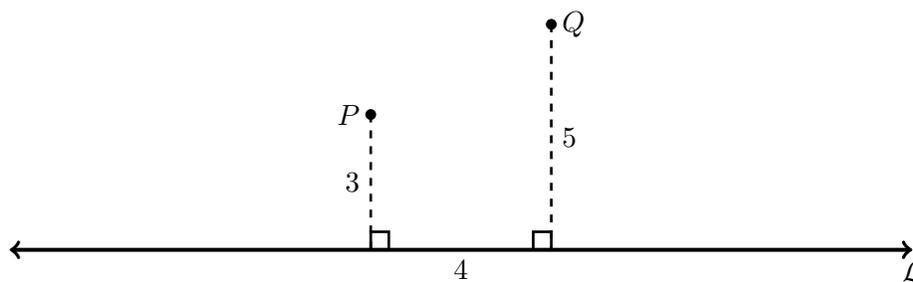
$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} = \frac{2}{1+xy}.$$

Determine el menor valor posible de $(1+2x^2)(1+18y^2)$.

9. Cada casilla de un tablero de 8×8 se va a pintar de rojo, verde o azul, de tal forma que cada subtablero de 3×3 tenga al menos una casilla de cada uno de los tres colores. ¿Cuántas casillas rojas puede haber como máximo?



10. En la figura se muestra una recta \mathcal{L} y dos puntos P y Q a un mismo lado de ella. Las distancias de P y Q a \mathcal{L} son 3 cm y 5 cm, respectivamente. La distancia entre los pies de las proyecciones de P y Q sobre \mathcal{L} es 4 cm.



Hay dos circunferencias tales que cada una pasa por los puntos P y Q , y es tangente a \mathcal{L} . Calcule la suma de los radios de esas dos circunferencias, en cm.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN