



PERÚ

Ministerio  
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

## XV OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2018)

### Segunda Fase - Nivel 2

28 de agosto de 2018

---

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de la hoja de respuestas y verifica que se ponga la hora en la que estás entregando. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- **Queda bajo responsabilidad de los especialistas, docentes y estudiantes la no difusión de la prueba por ningún medio.**
- **No puedes llevar estas hojas que contienen los enunciados.**
- Teniendo en cuenta estas indicaciones nos ayudarás a que la olimpiada se realice de la mejor forma posible.

---

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.  
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. La operación A consiste en restar 10 y la operación B consiste en multiplicar por  $\frac{4}{5}$ . A un número se le aplicó la operación A y luego la operación B, de esta forma el resultado final fue 24. ¿Cuál hubiese sido el resultado final si las operaciones se realizan en el otro orden (primero B y luego A)?
2. Según los datos del año 2017, la producción de papa del Perú representó el 1,8% de la producción mundial y a la vez representó el 60% de la producción de Sudamérica. Si se sabe que la producción de papa de Sudamérica representó el  $n\%$  de la producción mundial, determine el valor de  $n$ .



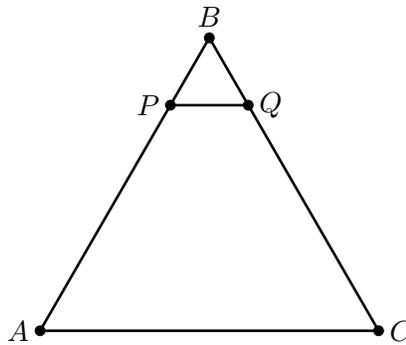
**Segunda Fase - Nivel 2**

3. La primera etapa de una olimpiada matemática consta de una prueba de 8 problemas. En la siguiente tabla, para cada  $k$  entre 0 y 8 (inclusive), se indica cuántos alumnos resolvieron exactamente  $k$  problemas. Por ejemplo, 6 alumnos resolvieron exactamente 1 problema y 22 alumnos resolvieron exactamente 4 problemas.

$k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
N° de alumnos que resolvieron $k$ problemas	5	6	8	10	22	13	7	5	2

Para determinar los alumnos que clasificarán a la siguiente etapa, se escoge un número natural  $n$  y se hace clasificar a todos los alumnos que resolvieron al menos  $n$  problemas. ¿Para qué valor de  $n$  se cumple que el número de alumnos clasificados está entre la tercera parte y la mitad del número total de alumnos?

4. En la figura mostrada,  $ABC$  es un triángulo equilátero de perímetro 90 cm. Además, los segmentos  $PQ$  y  $AC$  son paralelos. Calcule la suma de los perímetros de los polígonos  $PBQ$  y  $APQC$  (en cm), si se sabe que estos números están en la relación de 3 a 14.



5. Sean  $a$  y  $b$  números reales tales que  $8^a \cdot 3^b = 7^8$  y  $2^a \cdot 9^b = 7^6$ . Calcule el valor de  $2^a$ .
6. Determine el menor número natural  $N$  que satisface todas las siguientes condiciones:
- Existen dos dígitos adyacentes de  $N$  cuyo producto es 2.
  - Existen dos dígitos adyacentes de  $N$  cuyo producto es 0.
  - Existen dos dígitos adyacentes de  $N$  cuyo producto es 1.
  - Existen dos dígitos adyacentes de  $N$  cuyo producto es 8.

*Aclaración:* dos dígitos son adyacentes si se encuentran uno al lado de otro.



PERÚ

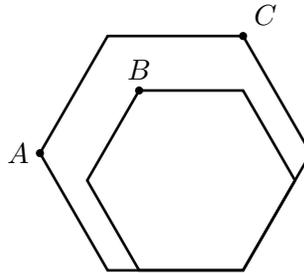
Ministerio de Educación



Sociedad Matemática Peruana

## Segunda Fase - Nivel 2

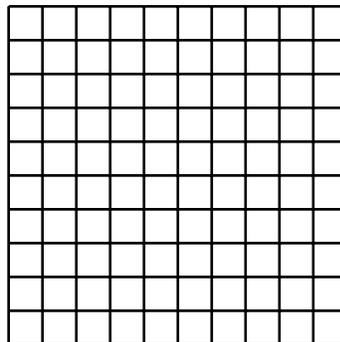
7. Se muestran dos hexágonos regulares, uno dentro del otro. Si los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  pertenecen a una misma recta y el perímetro del hexágono mayor es 120 cm, determine el perímetro del hexágono menor (en cm).



8. Se escogen al azar dos aristas distintas de un cubo. Se sabe que la probabilidad de que esas dos aristas tengan un extremo en común se puede expresar como  $\frac{a}{b}$ , donde  $a$  y  $b$  son enteros positivos coprimos. Determine el valor de  $a + b$ .

*Aclaración:* Considere que todas las aristas tienen la misma probabilidad de ser escogidas.

9. Cada casilla de un tablero de  $10 \times 10$  se va a pintar de rojo, verde o azul, de tal forma que cada subtablero de  $3 \times 3$  tenga al menos una casilla de cada uno de los tres colores. ¿Cuántas casillas rojas puede haber como máximo?



10. Determine cuántos enteros positivos  $a$  cumplen que  $a \leq 8575$  y además:

$$\text{mcd}(a, 8575) = \text{mcd}(a + 1, 8575) = 1.$$

*Aclaración:*  $\text{mcd}(r, s)$  denota al máximo común divisor de los enteros positivos  $r$  y  $s$ .

**GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN**