Capítulo 4
Cuarta Fase

4.1. Nivel 1

1. Se tiene los siguientes tableros de 4×4:

1	2	3	1
2	3	1	2
3	1	2	3
1	2	3	1

Tablero 1

2	2	1	3
2	1	1	3
1	1	1	2
3	3	2	2

Tablero 2

Mateo debe eliminar algunos números de cada tablero de tal modo que la suma de los números que queden en cada fila y en cada columna sea múltiplo de 3.

a) Mostrar cómo Mateo puede eliminar 5 números del Tablero 1.

b) ¿Cuántos números como mínimo Mateo debe eliminar del Tablero 2?

Aclaración: Si una fila o una columna no tiene números, su suma es 0 y 0 es múltiplo de 3.

2. Ada dibujó un triángulo, escogió un punto de cada lado y escogió un punto P en el interior del triángulo. Luego, trazó segmentos que unen P con los otros seis puntos (los tres vértices y los tres puntos que están en los lados). De esta forma el triángulo inicial quedó dividido en seis triángulos isósceles. Muestre, mediante un ejemplo, cómo Ada pudo haber conseguido esto.

3. Un número primo es *permutable* si al colocar sus dígitos en cualquier orden se obtiene siempre un número primo. Por ejemplo, 113 es un primo permutable porque 113, 131 y 311 son números primos. Pruebe que no existe un número primo permutable de más de cuatro dígitos, que contenga a los dígitos 1,1,3,3.

4. A, B y C juegan por turnos sobre un tablero de 6×6. Empieza A, luego B, a continuación C, de nuevo A, y así sucesivamente. Inicialmente todas las casillas son blancas. A comienza pintando una casilla de negro, luego cada jugador en su turno pinta de negro una casilla blanca vecina a la última casilla pintada, donde dos casillas son vecinas si tienen un lado o vértice en común. El juego termina cuando alguno de los jugadores no puede realizar su jugada y gana el jugador que pinta la última casilla.

a) Pruebe que B y C pueden ponerse de acuerdo para que C gane.

b) Pruebe que A y B pueden ponerse de acuerdo para que B gane.