



PERÚ

Ministerio de Educación



Sociedad Matemática Peruana

## XV OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2018)

### Primera Fase - Nivel 3

11 de julio de 2018

- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
- **Entrega tu hoja de respuestas y el cuadernillo de preguntas** tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- Escribe tus datos (nombre, grado, etc) y la hora de entrega con lapicero. Te recomendamos que marques tus respuestas con lápiz.
- **Importante: Queda bajo responsabilidad de los especialistas, docentes y estudiantes la no difusión de esta prueba por ningún medio.**

### MARCA LA ALTERNATIVA CORRECTA EN LA HOJA DE RESPUESTAS

1. Un cocinero compró el día de ayer 12 kg de limón y pagó S/48. ¿Cuánto pagará hoy si quiere comprar 20 kg y el costo del limón se incrementó en 10%?  
 A) S/88                      B) S/110                      C) S/90                      D) S/77                      E) S/80
2. Carlos tiene cuatro tarjetas (llamadas  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  y  $S$ ) y cada una contiene un número de dos dígitos:

$P$	$Q$	$R$	$S$
23	55	36	96

Carlos quiere obtener un número **par** de 8 dígitos y que sea lo mayor posible, ¿en qué orden debe ubicar las tarjetas?

- A)  $SQRP$                       B)  $SQPR$                       C)  $PQRS$                       D)  $QSPR$                       E)  $SPQR$
3. Alex tiene  $2k$  palitos idénticos. Con  $k$  palitos puede formar el borde de un cuadrado y con los otros  $k$  palitos puede formar el borde de un hexágono regular. Si en ningún caso fue necesario que Alex rompa algún palito, entonces podemos asegurar que  $k$  es múltiplo de ...  
 A) 24                      B) 9                      C) 8                      D) 16                      E) 12



PERÚ

Ministerio  
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

### Primera Fase - Nivel 3

---

4. Dos ángulos interiores de un trapecio miden  $70^\circ$  y  $120^\circ$ . Calcule la diferencia de las medidas de los otros dos ángulos interiores.

- A)  $90^\circ$                       B)  $70^\circ$                       C)  $50^\circ$                       D)  $80^\circ$                       E)  $10^\circ$

5. El *Curiosity* es un vehículo explorador que se encuentra actualmente en Marte. Cuando este vehículo se encontraba a 216 millones de kilómetros de la Tierra, emitió una señal. ¿Cuántos minutos se demora en llegar la señal al Centro de datos de la NASA en la Tierra, si ésta viaja a una velocidad de 300 000 kilómetros por segundo?

- A) 12                              B) 9                              C) 7,2                              D) 8                              E) 15

6. En una bodega hay tres cajas cuyos contenidos son los siguientes:

- Primera caja: 20 latas de leche y 30 latas de atún.
- Segunda caja: 18 latas de leche y 33 latas de atún.
- Tercera caja:  $n$  latas de leche.

Si se sabe que las tres cajas pesan lo mismo, determine el valor de  $n$ .

- A) 42                              B) 30                              C) 45                              D) 40                              E) 43

7. Un juego es llamado *justo* si la probabilidad de ganar es igual a la probabilidad de perder. ¿Cuántos de los siguientes juegos (que involucran todos lanzar un dado usual de 6 caras) son justos?

- Juego 1: “Ganas si obtienes el número 4”
- Juego 2: “Ganas si obtienes un número par”
- Juego 3: “Ganas si obtienes un número mayor que 3”
- Juego 4: “Ganas si obtienes un número que es múltiplo de 3”

- A) 0                              B) 1                              C) 2                              D) 3                              E) 4

8. Al hacer una encuesta a un grupo de once personas acerca del número de hermanos que tienen, resultó que la media y la moda de las respuestas obtenidas es igual a 2. Se sabe también que exactamente cuatro personas respondieron 3 y que ninguna respondió un número mayor que 3. ¿Cuántas personas respondieron 1?

- A) 4                              B) 3                              C) 2                              D) 1                              E) Ninguna



PERÚ

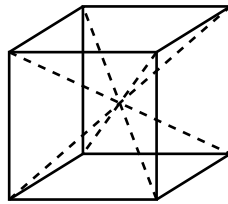
Ministerio  
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

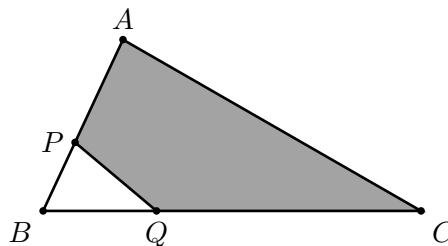
### Primera Fase - Nivel 3

9. Una *diagonal interior* de un poliedro es un segmento que une dos vértices del poliedro de tal forma que dicho segmento no está incluido en una cara del poliedro. Por ejemplo, un tetraedro no tiene diagonales interiores, mientras que un cubo tiene 4 diagonales interiores, como se muestra en la siguiente figura.



¿Cuántas diagonales interiores tiene un prisma recto cuyas bases son octágonos?

- A) 64                      B) 40                      C) 56                      D) 8                      E) 16
10. La suma de las edades de tres hermanos es 47. Si sus edades son distintas, ¿cuál es el mayor valor posible de la edad del hermano menor?
- A) 16                      B) 13                      C) 17                      D) 14                      E) 15
11. Sandra dibujó un triángulo  $ABC$ . Luego, ubicó los puntos  $P$  y  $Q$ , como se muestra en la figura, de tal forma que  $BP = 2$ ,  $PA = 3$ ,  $BQ = 3$  y  $QC = 7$ .



¿Qué porcentaje del área del triángulo  $ABC$  representa el área de la región sombreada?

- A) 84 %                      B) 88 %                      C) 90 %                      D) 75 %                      E) 66 %
12. A Javier le han regalado un gran chocolate que pesa 1 kg. Él decide consumirlo de la siguiente manera: el primer día consumirá la mitad del chocolate; el segundo día, la mitad de lo que queda y así sucesivamente. La expresión que representa el consumo del chocolate durante los primeros  $n$  días es:

- A)  $\frac{n}{2}$  kg                      B)  $\left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$  kg                      C)  $\frac{1}{2^n}$  kg                      D)  $\left(\frac{1}{2^{n+1}}\right)$  kg                      E)  $\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right)$  kg



**Primera Fase - Nivel 3**

13. Una empresa de celulares ofrece tres planes de servicio: básico, intermedio y completo. En el mes de enero la distribución de clientes por plan fue la mostrada en la Tabla 1. En el mes de febrero, entraron 400 nuevos clientes al plan básico, algunos del plan básico se cambiaron al plan intermedio y algunos del plan intermedio se cambiaron al plan completo. Ningún cliente se retiró. La distribución de los clientes en el mes de febrero fue la mostrada en la Tabla 2.

ENERO	
PLAN	PORCENTAJE
Básico	50 %
Intermedio	30 %
Completo	20 %

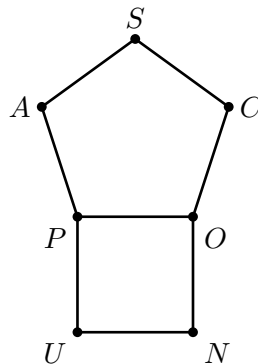
Tabla 1

FEBRERO	
PLAN	PORCENTAJE
Básico	51 %
Intermedio	29 %
Completo	20 %

Tabla 2

¿Cuántos clientes se cambiaron del plan intermedio al completo?

- A) 50                      B) 60                      C) 30                      D) 100                      E) 80
14. En la siguiente figura se muestra un cuadrado *PUNO* y un pentágono regular *PASCO*. Determine el valor de  $n$  para el cual los puntos  $A, P, U$  (en ese orden) son vértices consecutivos de un polígono regular de  $n$  lados.



- A) 15                      B) 12                      C) 20                      D) 16                      E) 10
15. Araceli dibujó en el plano cartesiano la gráfica de una función cuadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

donde  $a, b$  y  $c$  son constantes. Ella notó que los siguientes puntos del plano cartesiano pertenecen a su gráfica:  $(0, 7)$ ,  $(2, 5)$  y  $(3, 10)$ . ¿Cuál de los siguientes puntos también pertenece a la gráfica de Araceli?

- A)  $(1, 3)$                       B)  $(4, 18)$                       C)  $(-1, 0)$                       D)  $(5, 32)$                       E)  $(-2, 15)$



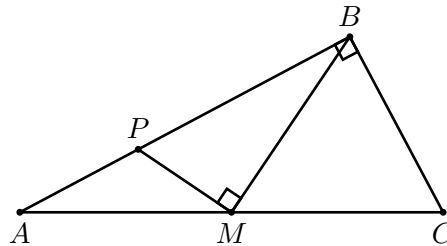
PERÚ

Ministerio  
de Educación

Sociedad Matemática Peruana

## Primera Fase - Nivel 3

16. Un número natural  $N$  es llamado *cuasi-divisible* si al sumar 1 a cualquiera de sus dígitos obtenemos un divisor de  $N$ . Por ejemplo, 102 es cuasi-divisible porque  $1 + 1$ ,  $0 + 1$  y  $2 + 1$  son divisores de 102. Determine el mayor número cuasi-divisible que consta de tres dígitos distintos y dé como respuesta la suma de los cuadrados de sus dígitos.
- A) 145                      B) 162                      C) 82                      D) 97                      E) 130
17. ¿Cuántos enteros positivos de 11 dígitos son múltiplos de 162 y cumplen que cada uno de sus dígitos es 0 o 9?
- Aclaración:* Tenga en cuenta que un entero positivo no empieza con el dígito 0.
- A) 11                      B) 15                      C) 36                      D) 10                      E) 9
18. En la pizarra están escritos 8 números naturales que forman una progresión aritmética. Se sabe que exactamente  $M$  de esos números son múltiplos de 3. ¿Cuál de los siguientes números **no** es un posible valor de  $M$ ?
- A) 0                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 8
19. Sea  $ABC$  un triángulo rectángulo, recto en  $B$ , donde  $M$  es el punto medio de su hipotenusa. En el segmento  $AB$  se ubica un punto  $P$  tal que  $\angle BMP = 90^\circ$ . Si  $AP = 7$  y  $PB = 18$ , determine la medida de  $AC$ .



- A) 30                      B) 32                      C) 35                      D)  $14\sqrt{5}$                       E)  $\sqrt{706}$
20. Alrededor de una circunferencia están escritos 14 enteros positivos, no necesariamente distintos. Antonio subrayó cada número que es igual a la suma de sus dos vecinos. Luego, Blanca subrayó cada número que es igual al valor absoluto de la diferencia de sus dos vecinos. ¿Como máximo cuántos números subrayados puede haber después de hacer esto?
- A) 14                      B) 13                      C) 12                      D) 10                      E) 7

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN