



Sociedad Matemática Peruana

XII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2015)

Segunda Fase - Nivel 2

17 de julio de 2015

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

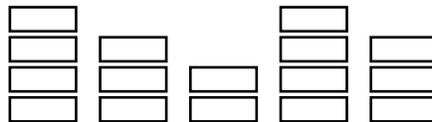
- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de la hoja de respuestas. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- Puedes llevarte estas hojas que contienen los enunciados, pero no puedes **publicar o discutir los problemas en internet**, así nos ayudarás a que la olimpiada se realice de la mejor forma posible.

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. La mamá de Ana puso sobre la mesa una jarra llena con jugo de naranja cuyo peso total era 2000 gramos. Ana tomó la tercera parte del jugo y su hermana, la tercera parte de lo que quedó. Si la jarra pesa ahora 1400 gramos, ¿cuántos gramos pesa la jarra vacía?
2. Abel, Bruno y César recogieron manzanas. César recogió 7 manzanas menos que los otros dos juntos. Abel recogió 9 manzanas menos que los otros dos juntos. Bruno recogió 11 manzanas menos que los otros dos juntos. ¿Cuántas manzanas recogió Abel?

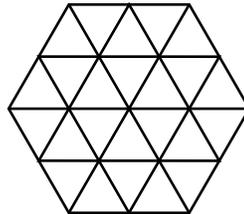
Segunda Fase - Nivel 2

3. Compré 16 regalos, de los cuales 8 son para varones y 8 son para mujeres. Mi amigo me ayudó a colocar cada regalo en una cajita y envolverlas con papel de regalo de manera que parezcan idénticas. Él los acomodó en pilas de la siguiente manera:

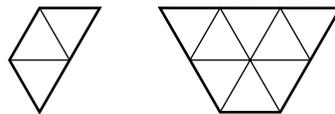


Según me dijo, cada pila contiene regalos para el mismo sexo, pero no me dijo cuáles corresponden a varones y cuáles a mujeres. ¿Cuántas cajitas debo abrir como mínimo para saber con seguridad el tipo de regalo de cada cajita?

4. Un trapecio isósceles es un cuadrilátero que tiene dos lados opuestos paralelos y los otros dos lados iguales pero no paralelos. Por ejemplo, en la siguiente figura:



algunos de los trapecios isósceles que aparecen son:



Determine la cantidad total de trapecios isósceles que hay en la figura inicial.

5. Sea x un número real tal que $4^x - 4^{x-1} = 24$ y sea m un número entero tal que

$$m < (2x)^x < m + 1.$$

Calcule el valor de m .

6. Dado un triángulo ABC con $\angle BAC = 105^\circ$, sea P un punto interior y D un punto del lado BC . Si $AP = PC = PD = DB$ y $AB = BP$, halla la medida del ángulo agudo que forman los segmentos AD y BP .



PERÚ

Ministerio
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

Segunda Fase - Nivel 2

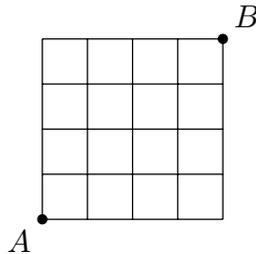
7. En la pizarra están escritos los números naturales del 1 al 32:

$$1, 2, 3, 4, 5, \dots, 30, 31, 32$$

Una *operación* consiste en borrar dos o más números de la pizarra cuya suma sea un cuadrado perfecto. ¿Cuál es la mayor cantidad de operaciones que se puede realizar para borrar todos los números de la pizarra?

Aclaración: Un cuadrado perfecto es un número de la forma k^2 , donde k es un entero positivo.

8. Al dividir el entero positivo n entre cada uno de los números 29, 39 y 59 se obtuvo tres restos distintos de cero cuya suma es n . Determine el valor de n .
9. En la siguiente figura, cada cuadradito tiene 1 cm de lado.



Un *movimiento* consiste en avanzar 1 cm a la derecha o 1cm hacia arriba. ¿De cuántas maneras se puede ir de A hacia B , usando las líneas de la cuadrícula, si no se puede avanzar en la misma dirección tres veces seguidas?

10. Sean a, b, c, d reales positivos tales que $a > b$ y además:

$$a^2 + ab + b^2 = c^2 - cd + d^2 = 1$$
$$ac + bd = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Calcule el valor de $24(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN