



Sociedad Matemática Peruana

X OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2013)

Cuarta Fase - Nivel 3

17 de noviembre de 2013

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en la etapa final de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- La prueba tiene una duración máxima de 4 horas.
- En la primera media hora puedes hacer preguntas, por escrito, en caso tengas alguna duda acerca de los enunciados de los problemas; luego de ese tiempo no se recibirá más preguntas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- Resuelve los problemas propuestos **justificando adecuadamente cada paso**.
- Entrega solamente el cuadernillo de soluciones.
- Cada problema tiene un valor máximo de **25 puntos**.

1. Definimos el polinomio $P(x) = 2014x^{2013} + 2013x^{2012} + \dots + 4x^3 + 3x^2 + 2x$. Halla el mayor divisor primo de $P(2)$.

2. Los enteros positivos a, b, c son tales que

$$\begin{aligned}MCD(a, b, c) &= 1, \\MCD(a, b + c) &> 1, \\MCD(b, c + a) &> 1, \\MCD(c, a + b) &> 1.\end{aligned}$$

Determina el menor valor posible de $a + b + c$.

Aclaración: MCD significa máximo común divisor.

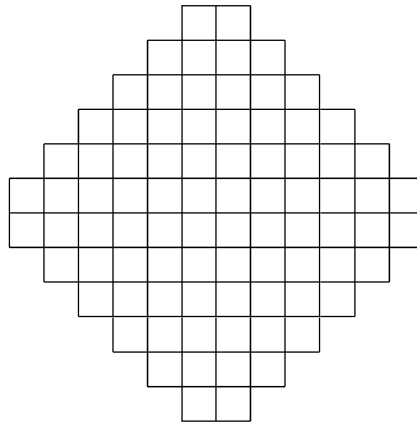
3. Sea P un punto en el interior del triángulo equilátero ABC tal que

$$6\angle PBC = 3\angle PAC = 2\angle PCA.$$

Halla la medida del ángulo $\angle PBC$.

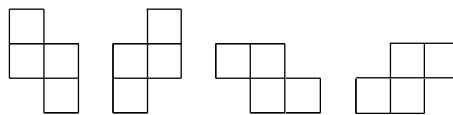
Cuarta Fase - Nivel 3

4. El siguiente tablero es cubierto completamente con dominós de manera arbitraria.



- a) Prueba que podemos pintar 21 dominós de tal modo que no haya dos dominós pintados formando un S -tetraminó.
- b) ¿Cuál es el mayor entero positivo k para el cual siempre es posible pintar k dominós (sin importar cómo se llene el tablero) de tal modo que no haya dos dominós pintados formando un S -tetraminó?

Aclaración: Un *dominó* es un rectángulo de 1×2 ó de 2×1 ; los S -tetraminós son las figuras de los siguientes tipos:



GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN