

Importante:

No publicar esta prueba en internet, u otro medio, hasta el día 22 de setiembre.

Para los encargados de tomar el examen: Recordar que los alumnos no se pueden llevar los enunciados.



PERÚ
Ministerio
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

X OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2013)

Segunda Fase - Nivel 1

13 de setiembre de 2013

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de estas hojas junto con la hoja de respuestas. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- Te recalamos que no puedes llevarte estas hojas que contienen los enunciados, así nos ayudarás a que la olimpiada se realice de la mejor forma posible.

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. El Olímpicos FC es un equipo de fútbol que participó en un torneo de 20 equipos. Luego de que Olímpicos FC jugó contra cada uno de los otros equipos, obtuvo 43 puntos en total. Si perdió 2 veces, ¿cuántas veces empató?

Aclaración: Recuerde que en un partido de fútbol, el equipo ganador recibe 3 puntos y el perdedor 0 puntos, y en caso de empate cada uno recibe 1 punto.

2. Cuando uno va al restaurante *La Sazón Peruana* para almorzar, tiene que elegir una entrada y un plato de fondo, así que hay varias formas diferentes de escoger el almuerzo. El mes pasado había 32 formas de escoger el almuerzo, pero en el presente mes han aumentado algunas entradas, así que ahora hay 48 formas de escoger el almuerzo. Si actualmente hay menos de 10 entradas para escoger, ¿cuántas entradas había el mes pasado?



Segunda Fase - Nivel 1

- Andrés pesó a sus 22 cerdos, para lo cual los ordenó en una fila y los fue pesando uno por uno. Observó que cada cerdo, a partir del segundo, pesó 3 kilos más que el cerdo anterior. Por ejemplo, el segundo cerdo pesó 3 kilos más que el primero, el tercer cerdo pesó 3 kilos más que el segundo, el cuarto cerdo pesó 3 kilos más que el tercero, y así sucesivamente. Al finalizar el día, sumó todos los pesos y obtuvo 2013 kilos, ¿cuántos kilos pesa el cerdo más pesado?
- Sea \mathcal{T} el conjunto de todos los enteros positivos cuyo producto de dígitos es igual a 32. Determine cuál es el menor elemento de \mathcal{T} que no es múltiplo de 4.
- Un rectángulo de base 12 cm y altura 6 cm se junta con un triángulo rectángulo de base 3 cm y altura 6 cm, como muestra la figura, para formar un cuadrilátero. Luego, el cuadrilátero obtenido se divide en dos rectángulos A y B , y un trapecio C de tal forma que estos tres nuevos cuadriláteros tienen igual área.



Determina el perímetro del rectángulo A , en cm.

- Un entero positivo es llamado *desbalanceado* cuando uno de sus dígitos es igual a la suma de todos los otros dígitos. Por ejemplo, 1531 y 2013 son desbalanceados. Si hacemos una lista con todos los números desbalanceados ordenados de menor a mayor, hallar la diferencia entre el número desbalanceado que está inmediatamente después del 2013 y el número desbalanceado que está inmediatamente antes del 2013.
- ¿De cuántas formas se puede ordenar las letras A, A, C, I, J, L, U en una fila de tal forma que cualesquiera dos letras que están juntas sean diferentes?

Ejemplo. Una forma de hacer esto es así: JULIACA.

- ¿Cuántos enteros positivos $n < 140$ cumplen que la suma de los dígitos de n es igual a la suma de los dígitos de $6n$?

Aclaración: $6n$ es el producto de 6 y n .



Segunda Fase - Nivel 1

9. Considere un tablero de 60×60 , es decir, de 60 filas y 60 columnas. En la fila que está más arriba están escritos los números $1, 2, 3, 4, \dots, 60$ en ese orden, empezando de la izquierda. En la columna que está más a la izquierda están escritos los números $1, 2, 3, 4, \dots, 60$ en ese orden, empezando de arriba. En cada casilla se va a escribir un **número entero** de tal forma que la suma de los números de cada tablero 2×2 sea siempre 80. Si en la casilla que está en la esquina inferior derecha debe estar escrito el número $-a$, donde a es un entero positivo, determine el valor de a .
10. Romina tiene 33 tarjetas con los números $2, 3, 4, 5, \dots, 34$ y n cajas en las que va a ubicar las tarjetas (cada tarjeta va a ser ubicada en alguna de las cajas). Ella quiere que se cumpla la siguiente condición: Si dos tarjetas tienen los números a y b tal que a es un divisor de b , entonces estas tarjetas tienen que estar ubicadas en cajas diferentes. Determine el menor valor de n para el cual esa situación es posible.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN