



Sociedad Matemática Peruana

IX OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2012)

Segunda Fase - Nivel 3

28 de setiembre de 2012

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de estas hojas junto con la hoja de respuestas. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- Te recalamos que no puedes llevarte estas hojas que contienen los enunciados, así nos ayudarás a que la olimpiada se realice de la mejor forma posible.

IMPORTANTE: ESTA PRUEBA TIENE VALIDEZ SOLAMENTE SI SE TOMA EL DÍA 28 DE SETIEMBRE.

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. Si $3! \times 5! \times 7! = n!$, determine el valor de n .

Aclaración: Recuerde que $m!$ es el producto de los primeros m enteros positivos, es decir, $m! = 1 \times 2 \times \cdots \times m$.

2. Se sabe que el peso de un objeto en la Luna corresponde a la sexta parte de su peso en la Tierra. La diferencia de los pesos de dos rocas en la Tierra es 4 kg, pero en la Luna juntas pesarían 15 kg. ¿Cuántos kg pesa la roca más pesada en la Tierra?
3. Un día los alumnos le pidieron a su profesor información sobre su edad. Él les respondió de la siguiente manera: Mi edad actual es un múltiplo de 5, hace 2 años fue un múltiplo de 11 y el siguiente año será un cuadrado perfecto menor que 100. ¿Cuál es la edad actual del profesor?



PERÚ

Ministerio de Educación



Sociedad Matemática Peruana

Segunda Fase - Nivel 3

4. En la pizarra están escritos los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. ¿Cuántos números debo borrar como mínimo para que el producto de los números que queden en la pizarra sea 630 ?

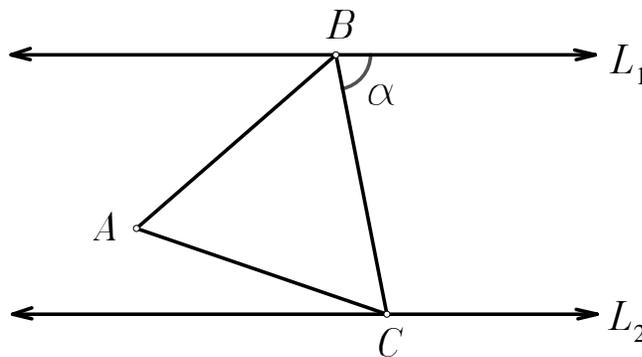
5. Sea ABC un triángulo rectángulo isósceles, recto en B , y P un punto de la hipotenusa AC tal que $AP + BP = PC$. Si definimos $\alpha = \angle PBA$ y $\beta = \angle PBC$, calcule el valor de $\frac{6\beta}{\alpha}$.

6. Si a y b son números reales tales que

$$\begin{aligned}a^4 + a^2b^2 + b^4 &= 900 \\ a^2 + ab + b^2 &= 45.\end{aligned}$$

Calcula el valor de $(2a - 2b)^2$.

7. En la figura se muestran dos rectas paralelas L_1 y L_2 , y un triángulo equilátero ABC . Si la distancia de A a la recta L_2 es la mitad de la distancia de A a la recta L_1 , calcule el valor de $3\sec^2 \alpha$.



8. Determine cuántos enteros positivos N cumplen las siguientes condiciones a la vez:

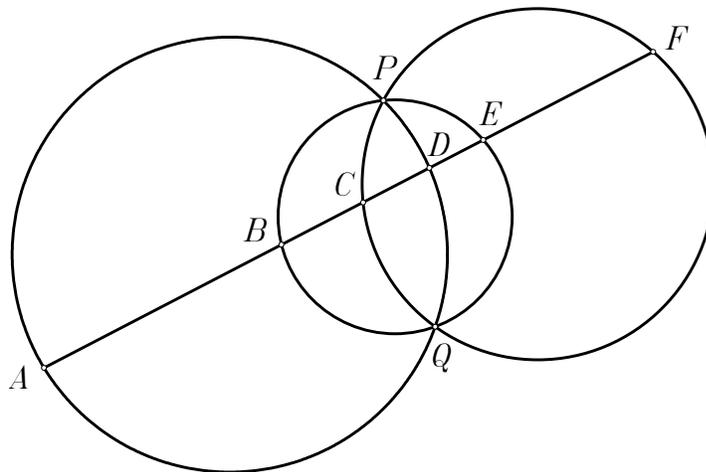
- $300 \leq N \leq 500$.
- Los tres menores divisores positivos de N son 1, 3 y 9.

Segunda Fase - Nivel 3

9. Una ficha de dominó está formada por dos cuadraditos unitarios pegados, es decir, es un rectángulo de 1×2 o de 2×1 . El siguiente tablero es cubierto con 8 fichas de dominó, luego, se multiplican los dos números que son cubiertos por la misma ficha y se suman estos ocho productos. ¿Cuál es el mayor valor que puede tomar esta suma final?

7	15	6	11
16	8	14	3
5	12	2	10
13	4	9	1

10. Tres circunferencias pasan por los puntos P y Q . Una recta corta a esas circunferencias en los puntos A, B, C, D, E y F , como muestra la figura. Si $AB = 5$, $EF = 4$ y $AF = 20$, determina cuántos valores enteros puede tomar CD .



GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN